

# 持续扰动下的仿人机器人站立平衡控制

刘成刚, 苏剑波

上海交通大学自动化系, 上海 200240

E-mail: cgliu2008@gmail.com

**摘要:** 以往的仿人机器人站立平衡控制主要研究了瞬间扰动下的站立平衡控制问题。对于持续扰动下的站立平衡控制, 没有考虑控制中期望状态的选择问题。本文的研究表明期望状态的选择对站立平衡控制的鲁棒性有非常重要的影响。本文首先将扰动建模为持续一段时间的恒定外力, 然后通过优化确定控制中的期望状态, 并与基于轨迹库的站立平衡控制方法结合, 最终实现了持续扰动下更加鲁棒的站立平衡控制。仿真和实验结果说明该方法的有效性。

**关键词:** 仿人机器人, 站立平衡控制, 期望状态

## Standing Balance Control of a Humanoid Robot In the Presence of Continuous Perturbations

Chenggang Liu, Jianbo Su

Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240

E-mail: cgliu2008@gmail.com

**Abstract:** For standing balance control of a humanoid robot, most previous work assumes that perturbations are impulsive. For standing balance control in the presence of continuous perturbations, the choice of the desired state receives little attention so far. Our study shows that the choice of the desired state has a large effect on the robustness of a standing balance controller. The present paper takes perturbations as continuous forces that last for a period of time and then proposes an optimization method to determine the desired state. Furthermore, it is applied to standing balance control using a trajectory library and makes the resultant controller more robust in the presence of continuous perturbations. The effectiveness of the proposed method is explored with simulation and experiment results.

**Key Words:** humanoid robots, standing balance control, desired state

### 1 引言

站立平衡是指仿人机器人站立时在外界扰动作用下保持平衡, 是仿人机器人运动控制研究的基本问题。仿人机器人未来将与人类共处同一个空间, 因此意外的碰撞是不可避免的。对扰动下站立平衡控制的研究不仅能够提高仿人机器人的环境适应能力, 还有助于加深人类对自身平衡控制的认识, 因此具有重要的意义。

目前已经有很多参数化的站立平衡控制器, 例如 [1-5]。但是, 因为仿人机器人脚下的支撑区域相对比较小, 踝关节能够产生的力矩非常有限 [6]; 在平衡的过程中, 上身运动范围很大使得系统动力学的非线性非常明显; 仿人机器人由很多关节和身体部分构成, 使控制问题的维数很高; 并且, 机器人关节角、关节角速度和关节力矩都存在的一定的限制, 进一步增加了控制器设计的难度。最优控制提供了一种通过非线性优化方法设计控制器的方法, 避免了控制器设计对设计者经验的要求, 而且能够得到较好的控制性能。本文从最优控制的角度出发研究扰动下的站立平衡控制问题。

仿人机器人站立平衡控制需要选择某个静平衡状态作为期望状态, 然后将机器人稳定到这个选定的期望状态。以往的研究将扰动假设为瞬间的冲击, 直接

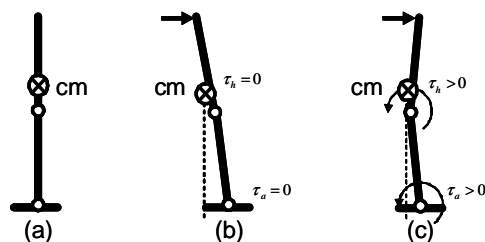


图 1: 持续外力下的两连杆倒立摆模型可能的静平衡状态

选取静止站立为期望状态 [1-5, 7]; 或者将扰动假设为恒定的外力, 选取关节力矩最小的静平衡状态作为控制中的期望状态 [8, 9]。由于仿人机器人由多个关节和身体部分构成, 相同外力作用下静平衡状态并不唯一。对于持续扰动下的站立平衡控制, 期望状态的选取对外力消失以后机器人恢复直立的难易程度有很大的影响, 可以通过一个简单实例加以说明。机器人在地面上站立时, 如果支撑脚没有相对地面的运动, 可以将整个机器人建模为多连杆倒立摆。对于两连杆倒立摆模型, 如图1(a), 当某个大小恒定的外力作用在机器人的头部时, 存在多种可能的静平衡状态。一种静态平衡状态如图1(b), 此时踝关节和髋关节的力矩均为零, 机器人保持这种状态的代价最小, 但是此时质心在地面的投影在脚支撑区域以外。如果外力忽然消失, 机器人摔倒的风险很大。另一种静态平衡状态如图1(c),

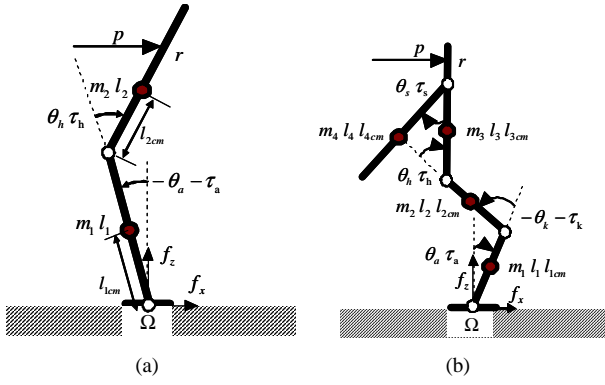


图 2: 简化的机器人模型 a) 两连杆倒立摆模型 b) 四连杆倒立摆模型

此时机器人踝关节和髋关节的力矩均不为零, 但是此时质心在地面的投影在脚支撑区域以内, 外力忽然消失后机器人更容易恢复直立平衡。

本文在基于轨迹库的站立平衡控制方法 [9] 的基础上, 进一步研究了持续外力作用下期望状态的选取问题。从最优控制出发, 同时考虑了扰动下保持某个期望状态的代价和扰动消失后从这个状态恢复直立的代价, 提出了确定最佳期望状态的方法。采用最佳期望状态实现了更加鲁棒的站立平衡控制。

本文的内容安排如下: 第 2 节介绍了研究中采用的平面两连杆倒立摆和四连杆倒立摆模型的动力学方程; 第 3 节简单介绍了基于轨迹库的站立平衡控制方法; 第 4 节提出确定最佳期望状态的方法; 第 5 节给出了不同模型和不同扰动下期望状态的优化结果; 第 6 节对采用最佳期望状态的站立平衡控制器进行了仿真和实验。最后, 在第 7 节给出了结论和展望。

## 2 动力学模型

本文研究了前向平面内的站立平衡问题, 将仿人机器人建模为多连杆刚体系统, 外界推力建模为作用在上身某处的水平力, 力的大小为  $p$ , 位置  $r$  为作用点与髋关节的距离。机器人的双脚虽然没有固定在地面上, 但如果在控制的过程中始终保持相对地面静止, 则机器人可以建模为多连杆倒立摆。本文研究了两连杆倒立摆模型和四连杆倒立摆模型。两连杆倒立摆模型, 如图 2(a), 状态变量定义为  $\mathbf{x} := (\theta_a, \theta_h, \dot{\theta}_a, \dot{\theta}_h)^\top$ , 控制变量定义为  $\mathbf{u} := (\tau_a, \tau_h)^\top$ 。四连杆倒立摆模型, 如图 2(b), 状态变量定义为  $\mathbf{x} := (\theta_a, \theta_k, \theta_h, \theta_s, \dot{\theta}_a, \dot{\theta}_k, \dot{\theta}_h, \dot{\theta}_s)^\top$ , 控制变量定义为  $\mathbf{u} := (\tau_a, \tau_k, \tau_h, \tau_s)^\top$ 。下标  $a$  表示脚踝关节,  $k$  表示膝关节,  $h$  表示髋关节,  $s$  表示肩关节。

多连杆倒立摆模型的状态方程可以采用拉格朗日方法得到。本文利用商业软件 SDFAST 得到系统的状态方程

$$\mathbf{x}(i+1) = F(\mathbf{x}(i), \mathbf{u}(i), p, r) \quad (1)$$

和地面反作用力的计算方程:

$$\begin{bmatrix} f_x(i) \\ f_z(i) \end{bmatrix} = h(\mathbf{x}(i), \mathbf{u}(i), p, r), \quad (2)$$

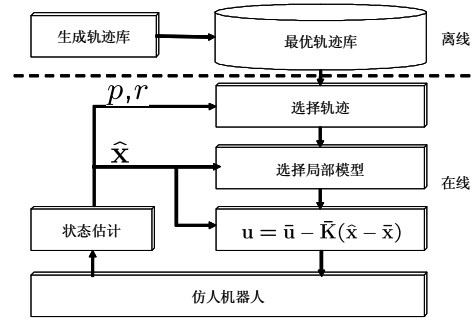


图 3: 基于轨迹库的控制结构

其中  $f_x$  和  $f_z$  分别表示地面反作用力的水平和垂直分量, 如图 2。

## 3 站立平衡控制

本文采用了文献 [9] 中提出的基于轨迹库的站立平衡控制方法。该方法将站立平衡控制问题转化为无限时域的最优控制问题。单步代价函数为

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, p, r) := \tilde{\mathbf{x}}^\top \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}} T + \tilde{\mathbf{u}}^\top \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}} T, \quad (3)$$

其中  $\tilde{\mathbf{x}} := \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$ ,  $\tilde{\mathbf{u}} := \mathbf{u} - \mathbf{u}_d$ ,  $T$  为积分步长,  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  是相应维数的对角矩阵,  $\mathbf{x}_d$  和  $\mathbf{u}_d$  分别表示大小为  $p$ , 作用位置为  $r$  的外力作用下的期望状态和对应的驱动力矩, 是本文研究的重点。

本文采用微分动态规划 (Differential Dynamic Programming) 计算最优轨迹并得到最优轨迹邻域内的最优反馈控制律 [10]:

$$\mathbf{u}(i) = \mathbf{u}^*(i) - \mathbf{K}(i)(\mathbf{x}(i) - \mathbf{x}^*(i)), \quad (4)$$

其中  $\mathbf{x}^*(i)$  为最优轨迹上的状态,

$$\mathbf{K}(i) = - \left. \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^*(i)} \quad (5)$$

对于无限时域的最优控制, 值函数和最优控制律成为关于状态的稳态函数, 因此公式 (4) 将成为空间分布的最优控制律局部线性近似模型。为了采用这些局部近似模型构造状态反馈控制律, 最简单的方法是采用最接近的控制律局部近似模型预测当前状态对应的最优控制:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}), \quad (6)$$

其中  $\hat{\mathbf{x}}$  表示当前状态的估计,  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\bar{\mathbf{x}}$  和  $\bar{\mathbf{K}}$  分别是距离当前状态最近的局部近似模型对应的控制、状态和增益矩阵。基于轨迹库的站立平衡控制结构如图 3。控制中首先根据当前扰动的估计  $(\hat{p}, \hat{r})$  在轨迹库中选择最接近的轨迹, 然后根据系统当前状态的估计  $\hat{\mathbf{x}}$  在轨迹上选择最接近的局部近似模型, 最后根据公式 (6) 计算当前控制  $\mathbf{u}$ 。

站立平衡控制中, 为了满足模型假设, 需要始终保持支撑脚相对地面静止。为防止支撑脚相对地面打滑, 地面作用力必须始终保持在摩擦力锥体内 [11]:

$$\left| \frac{f_x}{f_z} \right| \leq \mu, \quad (7)$$

其中  $f_x$  和  $f_z$  的定义见图 2,  $\mu$  为脚与地面之间的干摩擦系数。为防止支撑脚意外翻转, 压力中心必须保持在脚支撑区域以内 [6]:

$$-\frac{\tau_a}{f_z} \in \Omega, \quad (8)$$

其中  $\tau_a$  为支撑脚踝关节驱动力矩,  $\Omega$  为支撑脚的支撑区域。公式 (7) 和 (8) 一起构成轨迹优化中关于  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{u}$  的路径约束。除此之外将机器人自身关节角和关节角速度的限制作为轨迹优化中状态变量的约束, 将关节驱动力矩限制作为轨迹优化中控制变量的约束。

#### 4 期望状态优化方法

为确定持续外力下最佳的期望状态, 需要同时考虑维持某个期望状态的代价和外力消失后从这个状态恢复直立的代价。

假设机器人已经稳定到某个静平衡状态  $\mathbf{x}_d$ , 外力可能继续存在的时间为  $t_p$ , 代价函数定义为

$$J(\mathbf{x}_d, \mathbf{u}_d, t_p) := \int_0^{t_p} \mathbf{u}_d^T \mathbf{R} \mathbf{u}_d dt + \int_{t_p}^{\infty} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, 0, r) dt, \quad (9)$$

其中等式右侧第一项和第二项分别描述了维持某个期望状态,  $\mathbf{x}_d$ , 的代价和外力消失以后从这个状态恢复直立的代价, 其中  $\mathbf{u}_d$  表示  $\mathbf{x}_d$  对应的期望控制量,  $\mathbf{x}(t_p) = \mathbf{x}_d$ 。站立平衡控制的单步代价函数  $L$  由公式 (3) 给出。在没有外力作用的情况下期望状态和期望控制均为零 ( $\mathbf{x}_d = \mathbf{0}$  和  $\mathbf{u}_d = \mathbf{0}$ ), 因此  $L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, 0, r) = \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}$ 。

对于公式 (9) 右侧第一项, 因为  $\mathbf{u}_d$  在保持期望状态时一直不变, 因此可以进一步表示为

$$\int_0^{t_p} \mathbf{u}_d^T \mathbf{R} \mathbf{u}_d dt = \mathbf{u}_d^T \mathbf{R} \mathbf{u}_d t_p \quad (10)$$

扰动消失后如果采用最优控制, 则公式 (9) 右侧第二项成为  $\mathbf{x}_d$  的函数, 即

$$V(\mathbf{x}_d) = \min_{\mathbf{u}} \int_{t_p}^{\infty} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, 0, r) dt \quad (11)$$

$V(\mathbf{x}_d)$  表示没有外力作用时以  $\mathbf{x}_d$  为初始状态采用最优控制能取得的最小代价。

$V(\mathbf{x}_d)$  可以采用动态规划 (Dynamic Programming) 的“值迭代”方法得到 [12], 或者通过某种近似方法得到。为了得到  $V(\mathbf{x}_d)$  的近似函数, 本文将系统在原点附近线性化,  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}$ , 然后求解 Riccati 方程:

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0, \quad (12)$$

从而得到值函数在原点附近的二阶近似:

$$V(\mathbf{x}_d) \approx \frac{1}{2} \mathbf{x}_d^T \mathbf{P} \mathbf{x}_d \quad (13)$$

如果  $t_p$  是随机变量且满足  $\gamma(t_p)$  概率分布函数, 则代价函数的数学期望值为

$$\begin{aligned} E(J) &= \int_0^{\infty} \gamma(t_p) J(\mathbf{x}_d, \mathbf{u}_d, t_p) dt_p \\ &\approx E(t_p) \mathbf{u}_d^T \mathbf{R} \mathbf{u}_d + \frac{1}{2} \mathbf{x}_d^T \mathbf{P} \mathbf{x}_d \end{aligned} \quad (14)$$

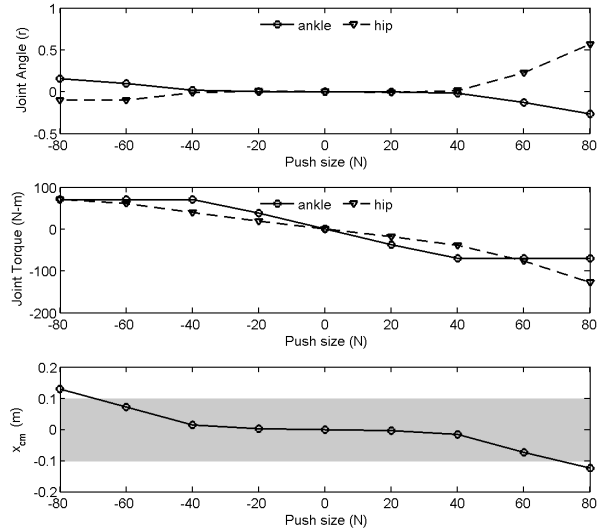


图 4: 两连杆机器人最佳期望状态对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影随外力大小变化的规律 (灰色区域表示脚的支撑区域)

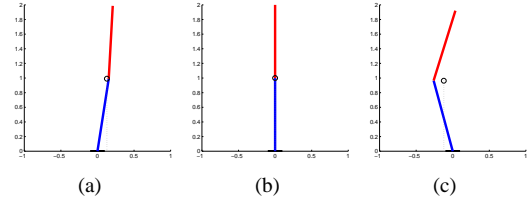


图 5: 大小分别为 -80, 0 和 +80 牛顿的外力下最佳期望状态对应的机器人姿态

最后, 通过最小化代价函数的数学期望得到最佳期望状态值:

$$\min_{\mathbf{x}_d} E(J) \quad (15)$$

同时需要满足下面的约束:

$$f(\mathbf{x}_d, \mathbf{u}_d, p, r) = 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_L \leq \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_U \quad (17)$$

$$\mathbf{u}_L \leq \mathbf{u}_d \leq \mathbf{u}_U, \quad (18)$$

其中  $f$  是离散状态方程 (1) 对应的连续形式, 本文同样可以通过 SDFAST 得到。本文采用基于 SQP 方法的 SNOPT 优化软件包对期望状态进行优化 [13]。

## 5 期望状态优化结果

### 5.1 两连杆倒立摆模型

两连杆倒立摆中, 腿为连杆 1, 上身为连杆 2。连杆 1 和连杆 2 的质量均为 35 公斤, 长度均为 1 米的均匀细杆。支撑脚的前后长度均为 0.1 米。脚踝关节和髋关节的转动范围分别为  $-0.8 \sim 0.4$  和  $-0.1 \sim 1.5$  弧度, 力矩范围分别是  $-70 \sim 70$  和  $-500 \sim 500$  N-m。将指向右侧的外力定义为正。本文选取  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_4$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{I}_2$ 。

本文首先研究了机器人的最佳期望状态随外力大小的变化规律。所有外力均为作用在机器人头部 (离地面 2 米) 的水平外力, 并且  $E(t_p) = 10$ 。最佳期望状

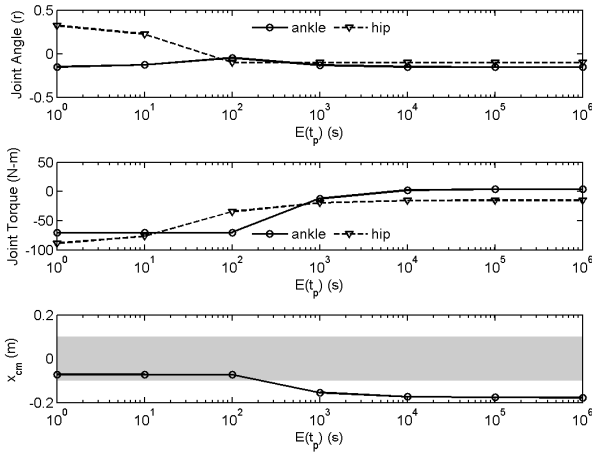


图 6: 两连杆机器人最佳期望状态对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影随外力预计持续时间变化的规律 (灰色区域表示脚的支撑区域)

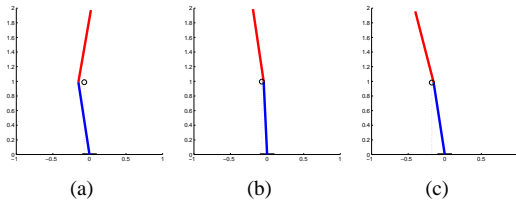


图 7: 扰动预计持续时间不同的最佳期望状态对应的机器人姿态 (a)  $E(t_p) = 0$  期望状态优化结果 (b)  $E(t_p) = 10^2$  期望状态优化结果 (c)  $E(t_p) = +\infty$  期望状态优化结果

态对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影位置随外力大小的变化如图 4, 对应的机器人姿态如图 5。当外力比较小时, 随着外力的增大脚踝力矩接近于线性增加, 而关节角基本保持为零, 质心的地面投影基本保持在脚的中央。当脚踝力矩达到最大值后, 最佳姿态开始向外力相反方向倾斜, 质心的地面投影随之向外力相反方向移动, 从而利用重力补偿外力。

本文接着研究了机器人的最佳期望状态随外力预计持续时间的变化。所有外力均设定为 60N、作用在机器人头部 (离地面 2 米) 的水平外力。最佳站立姿势对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影位置随  $E(t_p)$  的变化如图 6, 对应的机器人姿态如图 7。当外力预计持续时间比较短时, 最佳期望状态对应的关节力矩均比较大, 此时质心的地面投影比较靠近支撑区域的中心; 当外力预计持续时间比较长时, 最佳期望状态对应的关节力矩均比较小, 此时质心的地面投影开始远离支撑区域的中心。两个极端的例子是外力预计持续时间为零和正无穷, 如图 7(a) 和 7(c)。前一种情况对应假设外力随时可能消失的情况, 采用这个姿态对机器人最安全, 因为扰动消失后恢复直立的代价最小; 后一种情况对应假设扰动为恒定外力的情况, 采用这个姿态对机器人最危险, 因为从这个状态恢复直立比前一种情况更加困难, 但是维持这一状态的关节力矩均比较小。

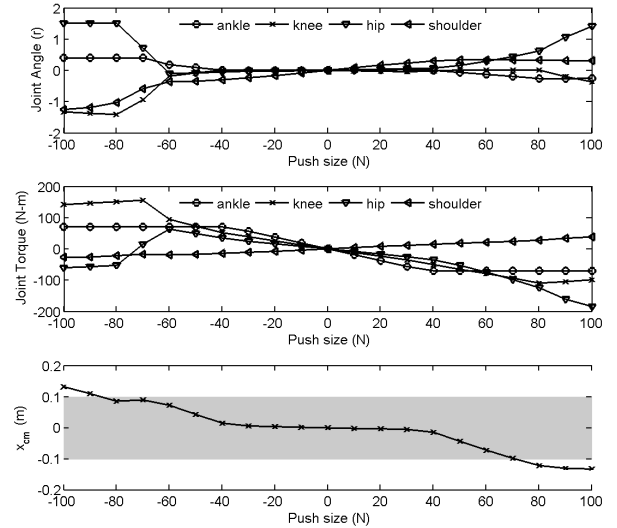


图 8: 四连杆机器人最佳期望状态对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影随外力大小变化的规律 (灰色区域表示脚的支撑区域)

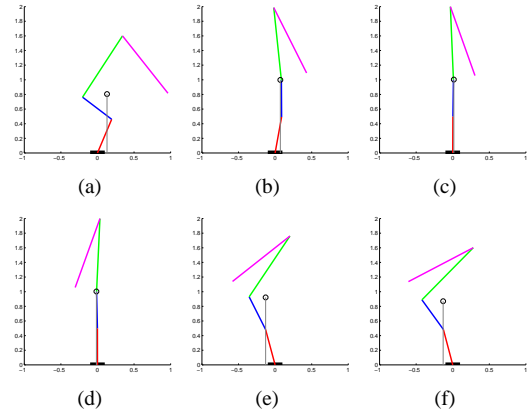


图 9: 大小分别为 -100、-60、-40、40、90 和 100 牛顿的外力的最佳期望状态对应的机器人姿态

## 5.2 四连杆倒立摆模型

本文同时研究了四连杆机器人, 其中小腿为连杆 1, 大腿为连杆 2, 上身为连杆 3, 手臂为连杆 4。连杆 1 和 2 的质量均为 17.5 千克, 长度为 0.5 米。连杆 3 的质量为 26.25 千克, 长度为 1 米。连杆 4 的质量为 8.75 千克, 长度为 1 米。所有连杆均为均匀细杆。踝关节、膝关节、髋关节和肩关节的转动范围分别是  $-0.8 \sim 0.4$ ,  $-2.5 \sim 0.01$ ,  $-0.1 \sim 1.5$  和  $-2.5 \sim 0.5$  弧度, 力矩范围分别是  $-70 \sim 70$ ,  $-500 \sim 500$ ,  $-500 \sim 500$  和  $-250 \sim 250$  N-m。仿真中选取  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_8$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{I}_4$ 。

首先研究最佳期望状态随外力大小的变化。所有外力均为作用在机器人头部 (离地面 2 米) 的水平外力, 并选取  $E(t_p) = 10$ , 最佳期望状态的关节角、关节力矩和质心的地面投影位置随外力大小的变化如图 8, 对应的机器人姿态如图 9。当外力比较小时, 随着外力的增大脚踝力矩接近于线性增加, 关节角基本保持为零, 质心的地面投影基本保持在脚的中央。当脚踝力矩达到最大值后, 最佳期望状态开始向外力相反

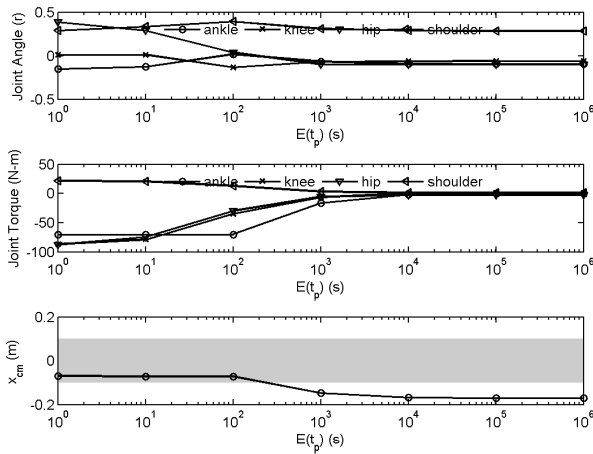


图 10: 四连杆机器人最佳期望姿态对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影随外力预计持续时间变化规律 (灰色区域表示脚的支撑区域)

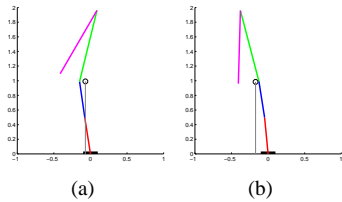


图 11: 扰动预计持续时间不同的最佳期望状态对应的机器人姿态 (a)  $E(t_p) = 0$  期望状态优化的结果 (b)  $E(t_p) = +\infty$  期望状态优化的结果

方向倾斜, 质心的地面投影也随之向外力相反方向移动, 从而利用重力补偿外力。

然后研究最佳期望状态随外力预计持续时间的变化。设定外力为 60N、作用在机器人头部 (离地面 2 米) 的水平外力, 四连杆仿真机器人最佳期望状态对应的关节角、关节力矩和质心的地面投影位置随  $E(t_p)$  的变化如图 10, 对应的机器人姿态如图 11。当外力预计持续时间比较短时, 最佳期望状态采取的关节力矩均比较大, 但此时质心的地面投影比较靠近支撑区域的中心, 因此扰动消失后更容易恢复直立; 当外力预计持续时间比较长时, 最佳期望状态采取的关节力矩均比较小, 但此时质心的地面投影开始远离支撑区域的中心, 因此在扰动消失后恢复直立变得更加困难。

## 6 持续扰动下的站立平衡控制

### 6.1 仿真

本文首先采用  $E(t_p) = +\infty$ , 即假设机器人达到期望状态后扰动一直存在, 优化期望状态并设计站立平衡控制器。采用 40 牛顿、作用在机器人的头部 (距地面约为 2 米)、持续时间为 5 秒的恒定外力作为扰动, 站立平衡控制的关节角、关节角速度、关节力矩和质心的地面投影的响应如图 12。在外力作用下 (0 ~ 5 秒), 机器人能够稳定到选定的期望状态, 而且维持期望状态的关节力矩均很小, 如图 12(c)。此时机器人质心在地面的投影在脚支撑区域 (-0.1 ~ 0.1 米) 以外, 如图 12(d)。当外力忽然消失 (5 秒时), 机器人将会摔

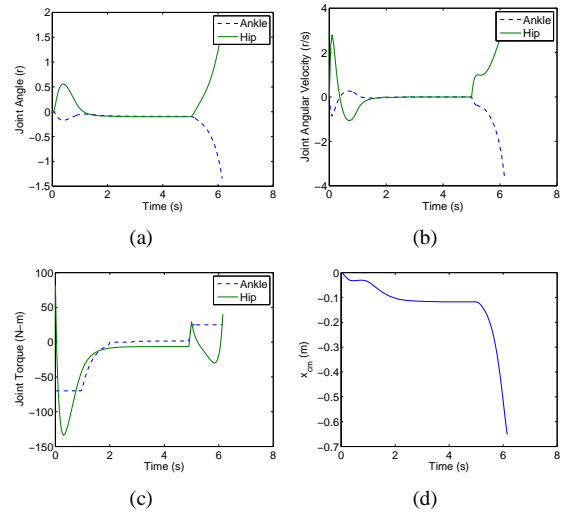


图 12:  $E(t_p) = +\infty$  设计的站立平衡控制器对持续一段时间的恒定外力的响应

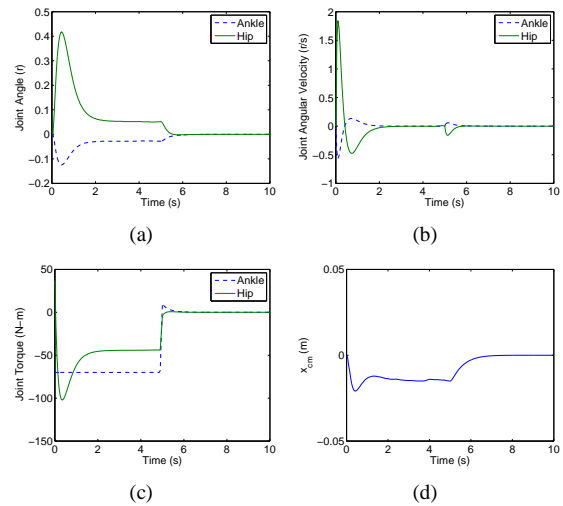


图 13:  $E(t_p) = 0$  设计的站立平衡控制器对持续一段时间的恒定外力的响应

倒。仿真结果说明在确定期望状态时, 如果没有考虑外力消失后恢复直立的代价, 一旦外力消失, 机器人有时很难恢复直立。

本文接着采用  $E(t_p) = 0$ , 即假设外界扰动在机器人达到期望状态后随时消失, 优化期望状态并设计站立平衡控制器。同样采用 40 牛顿、作用在机器人的头部 (距地面约为 2 米)、持续时间为 5 秒的恒定外力下作为扰动, 站立平衡控制的关节角、关节角速度、关节力矩和质心的地面投影的响应如图 13。在外力作用下 (0 ~ 5 秒), 机器人能够稳定到选定的期望状态, 但是此时关节力矩比较大, 如图 13(c)。与前面的仿真不同的是, 此时机器人质心的地面投影始终处于脚支撑区域以内, 如图 13(d)。当扰动忽然消失 (5 秒时), 机器人仍能够恢复直立。仿真结果说明在确定期望状态时如果考虑了外力消失后恢复直立的代价, 机器人在外力消失以后更容易恢复平衡。

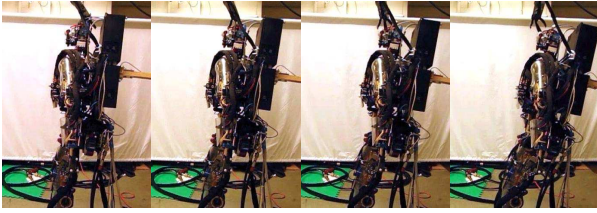


图 14: 采用关节力矩最小的静平衡状态作为期望状态设计的控制器对持续一段时间的外力的响应

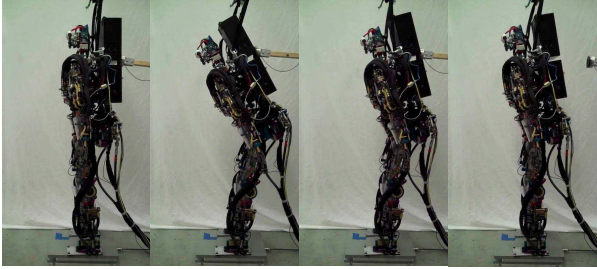


图 15: 采用  $E(t_p) = 0$  优化的期望状态设计的控制器对持续一段时间的外力的响应

## 6.2 实验

本文提出的方法在卡耐基-梅隆大学的 Sarcos 仿人机器人上进行了实验。Sarcos 机器人身高约为 1.6 米，体重约为 95 公斤，采用液压驱动和关节处的应力传感器实现力矩控制。实验中采用关节上的电位计测量关节角度、采用自行开发的推力传感器测量推力的大小、手工测量推力作用点的位置、采用机器人脚下的测力平台测量地面作用力、采用关节处应力传感器测量关节处的实际力矩。实验中通过高增益零转角控制和两条腿之间的协调控制使机器人近似于平面两连杆倒立摆模型。实验中通过扩展卡尔曼滤波器 (Extended Kalman Filter) 在线估计关节角、关节角速度、推力的大小和作用点位置。

首先采用  $E(t_p) = +\infty$  确定期望状态并设计站立平衡控制器，此时期望状态对应的关节力矩最小。机器人对缓慢增大然后忽然消失的外力的响应如图 14。随着外力的逐渐增大，机器人整体向外力相反方向倾斜，完全利用重力补偿外力。当外力忽然消失后，机器人因无法恢复直立而摔倒。

接着采用  $E(t_p) = 0$  确定期望状态并设计站立平衡控制器。机器人对缓慢增大然后忽然消失的外力的响应如图 15。随着外力的增大，机器人的双腿逐渐向外力相反方向倾斜，上身则向外力方向倾斜，当外力忽然消失，机器人仍然能够恢复平衡。

## 7 结论和展望

针对持续扰动下的站立平衡控制问题，本文提出了一种确定最佳期望状态的方法。该方法与基于轨迹库的控制方法相结合实现了更加鲁棒的站立平衡控制。如果强调站立平衡的鲁棒性，应该假设外力随时可能消失，即采用  $E(t_p) = 0$  确定站立平衡的期望状态。如果外界扰动为恒定外力，应采用  $E(t_p) = +\infty$  确定期望状态。本文的研究表明：持续外力作用下的最

佳期望状态不仅决定于外力的大小，还决定于外力预计持续的时间。采用最佳期望状态可以进一步提高站立平衡控制的鲁棒性。这一结果对于仿人机器人站立平衡的研究可能会提出新的参考。

## 参考文献 (References)

- [1] H. Hemami and P. Camana, Nonlinear feedback in simple locomotion systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, 21(6): 855–860.
- [2] J. Golliday, C. and H. Hemami, Postural stability of the two-degree-of-freedom biped by general linear feedback[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, 21(1): 74–79.
- [3] B. Stephens, Integral control of humanoid balance[C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2007: 4020–4027.
- [4] —, Humanoid push recovery[C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Humanoid Robots*. 2007: 589–595.
- [5] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa, Resolved momentum control: humanoid motion planning based on the linear and angular momentum[C]// *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2003: 1644–1650.
- [6] A. Goswami, Postural stability of biped robots and the foot-rotation indicator (FRI) point[J]. *International Journal of Robotics Research*, 1999, 18(6): 523–533.
- [7] C. G. Atkeson and B. Stephens, Multiple balance strategies from one optimization criterion[C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Humanoid Robots*. 2007: 57–64.
- [8] D. Xing, C. G. Atkeson, J. Su, and B. J. Stephens, Gain scheduled control of perturbed standing balance[C]// *Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2010: 4063–4068.
- [9] C. Liu and C. G. Atkeson, Standing balance control using a trajectory library[C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2009: 3031–3036.
- [10] D. H. Jacobson and D. Q. Mayne, *Differential Dynamic Programming*[M]. volume 24 *Modern Analytic and Computational Methods in Science and Mathematics*, Elsevier, 1970.
- [11] Y. Abe, M. da Silva, and J. Popović, Multiobjective control with friction contacts[C]// *Proceedings of ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. 2007:249–258.
- [12] R. E. Larson, *State Increment Dynamic Programming*[M]. New York: American Elsevier Pub. Co., 1968.
- [13] P. E. Gill, W. Murray, M. Saunders, SNOPT: an SQP algorithm for large-scale constrained optimization[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 1997, 12: 979–1006.